

はじめに

近年、機械学習に興味をもつ人々の間で、関数解析を学ぼうという気運が高まっている。その一方で、関数解析は抽象的で近寄りがたいという感想を聞くことがある。

さて、本書は2010年前後から断続的に書き足し続けていた著者らの講義ノートがもとになっている。そのため、そこには著者らの教育経験が反映され、本書が対象とする読者は、数学専攻の学部学生、一般の理工系大学院の学生、そして、数学に興味のある社会人である。特に、筆者らは、「一般の理工系の学生や社会人を対象に関数解析の講義を担当するならば」という仮想の下で、本書をまとめた。本書の中にはヒルベルト空間やバナッハ空間といった言葉は出てこないが、本書を構成する五つの章はすべて関数解析前日譚とみなせる内容である。

本書出版までの経緯を簡単に述べよう。まず、Dym–McKean^[3]を下敷きとし、瀬戸がフーリエ解析をテーマとした島根大学での講義資料を作成した。これを第1版とする。その後、島根大学での経験を踏まえ、防衛大学校、神奈川大学における講義のために第1版を改良した。これを第2版とする。この第1版、第2版は、それまでの自分の学習経験に囚われていたため、学生にとって読みやすいものではなかった。その反省の下、荷見^[5]のような関数解析の入門書の副読本となることを目標にまとめ直すことにした。その第3版を Researchmap と当時の Twitter 上で公開したところ、それを内田老鶴圃に見つけていただき、出版の可能性について問い合わせをいただいた。第3版は2章構成の講義資料であったため、一冊の本としてまとめるには分量が足りず悩んだが、ちょうどその時期、伊吹・山内・畑中・瀬戸^[7] および瀬戸・伊吹・畑中^[19] の共著者から受けた刺激を防衛大学校の講義用に整理していた。それは第3章として追加するにはぴったりな内容であった。また、細川がルベーグ積分論に関する講義ノートを書きためていることを知り、2023年12月に浅草橋で相談し二人の共著とすることを決めた。さらに、2024年の正月休みに過去の講義録を掘り返し、も

ii はじめに

う一つの章を追加した。第4章は島根大学大学院での講義のために準備したこと的大幅な改良である。

では、本書の構成を述べよう。第1章と第2章ではフーリエ級数とフーリエ変換の基礎をそれぞれ解説する。第3章ではラプラス変換の基礎と制御理論への応用を解説する。第4章では積分方程式を題材に線形作用素のスペクトル理論を解説する。第5章ではルベグ測度とルベグ積分についてその構成法を概観し、各種定理の使い方に重点をおいて解説する。第1章から第4章の中で、厳密にはルベグ積分論に基づく議論が必要になる場面もあるが、それらはおおらかに扱うことにした。また、全体の書きぶりは講義での口調、板書を基準にしている。そういったわけで、本書は正統的な教科書ではなく読物である*1。本書を関数解析の一般的な入門書と合わせて読めば、関数解析特有の考え方に対する理解が深まるのではないかと思う。

本書を執筆するにあたって石川勲氏（愛媛大学）、植木誠一郎氏（横浜国立大学）、大野修一先生（日本工業大学）、小澤龍ノ介氏（防衛大学校）、川澄亮太氏（神戸学院大学）、川原田茜氏（防衛大学校）、国定亮一氏、坂井英里氏、澤野嘉宏氏（中央大学）、土田兼治氏（防衛大学校）、水原昂廣先生（山形大学）、水原柳一郎氏（日本数学検定協会）から初期の原稿にあった誤りや読みづらさの指摘、励ましになる感想、貴重な文献情報をいただいたことを感謝します。また、島根大学、茨城大学、防衛大学校、神奈川大学、それぞれの大学で著者らの講義を聴いてくれた学生に感謝します。本書の出版にあたっては、内田老鶴圃社長内田学氏、同社編集部笠井千代樹氏、生天目悠也氏に大変お世話になりました。皆様に厚くお礼を申し上げます。

令和6年9月

著 者

*1 『興味と慰安と、行間に何らかの人生的な啓発があれば、「読物」で結構である。』
牧 逸馬. 牧^[12].